

Вопросы к экзамену по алгоритмам

SPb HSE, 1 курс, весна, 2019/20 учебный год

Общая информация

- Кроме конспектов полезно смотреть **разборы** задач из практик и дз.
- *Курсивом* помечено то, что было разобрано на практике.
- (a) Необходимое знание на оценку 4-6.
- (b) Необходимое знание на оценку 7-9 (на 6 можно знать лишь формулировки).
- (+) На оценку 10 (на 9 можно ничего из этого не знать).

DFS

- (a) 1. DFS. Компоненты сильной связности. Конденсация.
- (a) 2. DFS. Эйлеров цикл. Эйлеров путь. Случай ориентированного и неориентированного графа.
- (a) 3. DFS. Мосты, точки сочленения. Двусвязность, вершинная, рёберная. Определение через отношение эквивалентности. Алгоритм со стеком.
- (a) 4. DFS. 2-SAT.

Теория сложности, рандомизированные алгоритмы

- (a) 5. Неразрешимость Halting Problem. Понятие Decision, Search задачи, языка. Определения DTime, P, EXP. Следствие $P \neq EXP$ из теоремы об иерархии по времени.
- (a) 6. Классы NP, coNP, coNEXP. Примеры: k-CLIQUE, MAX-CLIQUE, HAM-PATH, PRIME, coPRIME, IS-SORTED.
- (a) 7. Классы NP-hard, NP-complete, полиномиальное сведение. Сведение по Куку. $BN \in NP$ -complete.
- (a) 8. Задачи максимизации; search \rightarrow decision; search 3-SAT \rightarrow search k-IND. Решение NP задач.
- (a) 9. Машина Тьюринга. RAM-машина. Другое определение класса NP. Понятие строгой-нестрогой полиномиальности.
- (b) 10. Теорема об иерархии по времени. Доказательство через диагонализацию.
- (a) 11. Сведения $BN \rightarrow$ CIRCUIT-SAT \rightarrow SAT \rightarrow 3-SAT.
- (a) 12. Сведения 3-SAT \rightarrow k-IND \rightarrow k-CLIQUE \rightarrow VERTEX-COVER.
- (a) 13. Классы RP, coRP, связь с классом NP. Класс ZPP. Понижение ошибки. Формулировки трёх гипотез.
- (a) 14. Задачи: поиск невычета, тест Ферма, тест Миллера Рабина, частый элемент, 3-LIST-COLORING, matrix multiplication testing.
- (a) 15. Теорема $ZPP = RP \cap coRP$. Вложение классов.
- (b) 16. Класс BPP. Понижение ошибки.
- (a) 17. Парадокс дней рождений, анализ вероятности в две стороны.
- (a) 18. Алгоритм Полларда за $\mathcal{O}(n^{1/4})$ арифметических операций.
- (a) 19. Решение 3-SAT. Детерминированный алгоритм 1.73^n , рандомизированный за 1.5^n (с доказательством). Приближенный алгоритм для MAX-3-SAT.
- (a) 20. Лемма Шварца-Зиппеля (формулировка). Матрица Татта и поиск совершенного паросочетания.
- (a) 21. Применение случайных чисел. Идеальное кодирование. Вычисление средней зарплаты без разглашения, доказательство гамильтонового пути без разглашения.
- (a) 22. Random shuffle массива. Игра на 0-1-дереве, min-max-игра на дереве.
- (+) 23. Квадратный корень по простому модулю за $\mathcal{O}(\log p)$.

Графы

- (a) 24. Поиск в ширину. Решение очередью. *Вещественный 0-1 bfs*. Структура кратчайших путей.
- (a) 25. Решение для 0-k BFS, 0-1 BFS на деке.
- (a) 26. Поиск в ширину за $\mathcal{O}(\frac{V^2}{w})$. 1-k bfs за $\mathcal{O}(E \log k)$.
- (a) 27. Дейкстра. Алгоритм. Доказательство. Решение за $\mathcal{O}(E \log V)$, $\mathcal{O}(V^2 + E)$, $\mathcal{O}(E + V \log V)$. Ситуация с отрицательными рёбрами.
- (a) 28. Идея потенциалов. Применение для APSP.
- (a) 29. Алгоритм A^* . Доказательство для графов с неравенством треугольника. Сравнение с Дейкстрой. Когда A^* лучше?
- (a) 30. Флойд. Решение за $\mathcal{O}(V^3)$. Корректность.
- (a) 31. Флойд. Поиск отрицательных циклов. *Транзитивное замыкание* за $\mathcal{O}(\frac{V^3}{w})$.
- (a) 32. Форд-Беллман. Переход к линейной памяти. Восстановление пути.
- (a) 33. Форд-Беллман. Оптимизации: random-shuffle, break, очередь.
- (a) 34. Форд-Беллман и отрицательные циклы. Поиск, доказательство.
- (a) 35. Поиск цикла минимального среднего веса. За $\mathcal{O}(VE \log)$, за $\mathcal{O}(VE)$.
- (a) 36. DSU. Постановка задачи и реализация на списках.
- (a) 37. DSU. Реализация деревьями. Две эвристики. Доказательство оценки $\mathcal{O}(\log)$ для каждой эвристики.
- (b) 38. DSU. Доказательство $\mathcal{O}(m + n \log^* n)$ для двух эвристик одновременно.
- (a) 39. MST. Лемма о разрезе. Краскал. Прим. Доказательства.
- (b) 40. MST. Боровка. Время работы $\mathcal{O}(E \log(V^2/E))$, доказательство.
- (a) 41. Алгоритм Йена на примере k -го пути.
- (+) 42. Гольдберг. Основная идея. Лечение одной вершины за $\mathcal{O}(V + E)$. Вывод асимптотики $E\sqrt{V} \log C$
- (+) 43. Гольдберг. Лечение пачки из хотя бы \sqrt{k} вершин за $\mathcal{O}(V + E)$.

Жадности и приближенные алгоритмы

- (a) 44. TSP. 2-ОПТ. 1.5-ОПТ. Не существует алгоритма если нет неравенства треугольника. Правило Варнсдорфа.
- (a) 45. Алгоритм Хаффмана, доказательство, реализация кучей. *Поиск кодов по массиву частот* за $\mathcal{O}(\text{sort} + |\Sigma|)$
- (a) 46. Жадность. Задачи на сортировку. Способы доказательства, вывод компаратора. Примеры: непрерывный рюкзак, файлы на ленте, выполнить побольше задач с общим дедлайном.
- (a) 47. Жадность. Задания с дедлайнами: выполнить все за $\mathcal{O}(n \log n)$, выполнить максимум за $\mathcal{O}(n^2)$.
- (b) 48. Жадность. Задания с дедлайнами: выполнить максимум. Решение за $\mathcal{O}(n^2)$ и $\mathcal{O}(n \log n)$.
- (b) 49. Жадность. Задача про два станка.
- (a) 50. Partition. Жадное решение, LDM (Кармаркар-Карп). *PTAS-схема*.
- (b) 51. Knapsack. Проблема с приближением жадности, PTAS и FPTAS схемы.
- (a) 52. BinPacking. Ограниченность приближения. Алгоритмы First-Fit, Best-Fit. Decreasing версии. Решение в случае $a_i \geq \epsilon$, различных $\leq k$.
- (b) 53. BinPacking. PTAS-схема. Оставшаяся часть решения.
- (b) 54. Set Cover. $\ln(n)$ -приближение во взвешенном случае. Реализация за линейное время в невзвешенном случае. 2-ОПТ приближение для Vertex Cover.
- (a) 55. Задача о надстроке. Простое жадное решение. 2-ОПТ через SetCover.

Центроиды

- (a) 56. Центроидная декомпозиция: построение, минимум на пути.
- (a) 57. Центроидная декомпозиция: покраска вершин на расстоянии $\leq d$.