# 1-й курс, весна, ДЗ #12, Персистентность СПб, Высшая Школа Экономики, 17 апреля 2020

# Содержание

Must have		2
Задача 12А.	Persistent Array [3 sec, 256 mb]	2
Задача 12В.	Персистентная очередь [1 sec, 256 mb]	3
Обязательнь	ие задачи	4
Задача 12С.	CHM [0.4 sec, 256 mb]	4
Задача 12D.	Persistent List [4 sec, 256 mb]	5
Задача 12Е.	Вперёд! [0.7 sec, 256 mb]	6
Дополнители	ьные задачи	7
Задача 12F.	Вставка ключевых значений [1 sec, 256 mb]	7
Задача 12 <b>G</b> .	Эх, дороги[0.5 sec, 256 mb]	8

Вы не умеете читать/выводить данные, открывать файлы? Воспользуйтесь примерами.

В некоторых задачах большой ввод и вывод. Пользуйтесь быстрым вводом-выводом.

В некоторых задачах нужен STL, который активно использует динамическую память (set-ы, map-ы) переопределение стандартного аллокатора ускорит вашу программу.

Обратите внимание на компилятор GNU C++11 5.1.0 (TDM-GCC-64) inc, который позволяет пользоваться дополнительной библиотекой. Под ним можно сдать вот это.

### Must have

### Задача 12A. Persistent Array [3 sec, 256 mb]

Дан массив (вернее, первая, начальная его версия).

Нужно уметь в online отвечать на два запроса:

- ullet стеате і ј х создать из i-й версии новую, в которой j-й элемент равен x, а остальные элементы такие же, как в i-й версии.
  - $\bullet$  get і ј сказать, чему равен j-й элемент в i-й версии.

Это интерактивная задача. Запросы нужно обрабатывать в online, результат каждого запроса flush-ить до чтения следующего.

### Формат входных данных

Количество чисел в массиве N ( $1 \le N \le 10^5$ ) и N элементов массива. Далее количество запросов M ( $1 \le M \le 10^5$ ) и M запросов. Формат описания запросов можно посмотреть в примере. Если уже существует K версий, новая версия получает номер K+1. И исходные, и новые элементы массива — целые числа от 0 до  $10^9$ . Элементы в массиве нумеруются числами от 1 до N.

### Формат выходных данных

На каждый запрос типа get вывести соответствующий элемент нужного массива.

### Пример

stdin	stdout
6	6
1 2 3 4 5 6	5
11	10
create 1 6 10	5
create 2 5 8	10
create 1 5 30	8
get 1 6	6
get 1 5	30
get 2 6	
get 2 5	
get 3 6	
get 3 5	
get 4 6	
get 4 5	

#### Замечание

Буфферизированные способы ввода, например, readInt, не подойдут, так как пытаются читать сразу "до конца файла". Пример корректного кода:

```
string query;
for (int i = 0; i < queryCnt; i++) {
    getline(cin, query);
    process(query);
    cout << flush; // cout << endl; тоже делает flush
}</pre>
```

### Задача 12В. Персистентная очередь [1 sec, 256 mb]

Реализуйте персистентную очередь.

### Формат входных данных

Первая строка содержит количество действий  $n \ (1 \le n \le 200\,000)$ .

В строке номер i+1 содержится описание действия i:

- 1 t m добавить в конец очереди номер  $t \ (0 \le t < i)$  число m;
- -1 t удалить из очереди номер  $t \ (0 \leqslant t < i)$  первый элемент.

В результате действия i, описанного в строке i+1 создается очередь номер i.

Изначально имеется пустая очередь с номером ноль.

Все числа во входном файле целые, и помещаются в знаковый 32-битный тип.

### Формат выходных данных

Для каждой операции удаления выведите удаленный элемент на отдельной строке.

### Примеры

stdin	stdout
10	1
1 0 1	2
1 1 2	3
1 2 3	1
1 2 4	2
-1 3	4
-1 5	
-1 6	
-1 4	
-1 8	
-1 9	

#### Замечание

Эту задачу можно решать несколькими способами: offline, online через массив, pairing, online за  $\mathcal{O}(1)$ , fat nodes.

Проще всего через Offline или Pairing (pairing будет в следующий раз, как и online за  $\mathcal{O}(1)$ ).

Хотите уметь больше? Попробуйте что-нибудь необычное!

# Обязательные задачи

### Задача 12С. СНМ [0.4 sec, 256 mb]

Ваша задача — реализовать **Persistent Disjoint-Set-Union**. Что это значит? Про **Disjoint-Set-Union**:

Изначально у вас есть n элементов. Нужно научиться отвечать на 2 типа запросов.

- ullet + a b объединить множества, в которых лежат вершины a и b
- ullet ? a b сказать, лежат ли вершины a и b сейчас в одном множестве

### Про Persistent:

Теперь у нас будет несколько копий (версий) структуры данных **Disjoint-Set-Union**. Запросы будут выглядеть так:

- + і а b запрос к i-й структуре, объединить множества, в которых лежат вершины a и b. При этом i-я структура остается не изменной, создается новая версия, ей присваивается новый номер (какой? читайте дальше)
- ullet ? i a b запрос к i-й структуре, сказать, лежат ли вершины a и b сейчас в одном множестве

### Формат входных данных

На первой строке 2 числа N ( $1 \le N \le 10^5$ ) и K ( $0 \le K \le 10^5$ ) — число элементов и число запросов. Изначально все элементы находятся в различных множествах. Эта изначальная копия (версия) структуры имеет номер 0.

Далее следуют K строк, на каждой описание очередного запроса. Формат запросов описан выше. Запросы нумеруются целыми числами от 1 до K.

Пусть j-й из K запросов имеет вид «+ i a b». Тогда новая версия получит номер j. Запросы вида «? i a b» не порождают новых структур.

### Формат выходных данных

Для каждого запроса вида? i a b на отдельной строке нужно вывести YES или NO.

#### Пример

stdin	stdout
4 7	NO
+ 0 1 2	YES
? 0 1 2	YES
? 1 1 2	YES
+ 1 2 3	NO
? 4 3 1	
? 0 4 4	
? 4 1 4	

### Замечание

Эту задачу Вы умеете решать и в offline, и в online. Offline точно получит ОК.

### Задача 12D. Persistent List [4 sec, 256 mb]

Даны N списков. Каждый состоит из одного элемента.

Нужно научитсья совершать следующие операции:

- merge взять два каких-то уже существующих списка и породить новый, равный их конкатенации.
- head взять какой-то уже существующий список L и породить два новых, в одном первый элемент L, во втором весь L кроме первого элемента.
- $\bullet$  tail взять какой-то уже существующий список L и породить два новых, в одном весь L кроме последнего элемента, во втором последний элемент L.

Для свежесозданных списков нужно говорить сумму элементов в них по модулю  $10^9 + 7$ .

### Формат входных данных

Число N ( $1 \le N \le 10^5$ ). Далее N целых чисел от 1 до  $10^9$  — элементы списков.

Исходные списки имеют номера  $-1, 2, \cdots, N$ .

Затем число M ( $1 \le M \le 10^5$ ) — количество операций.

Далее даны операции в следующем формате:

- merge i j
- head i
- tail i

Здесь і и ј — номера уже существующих списков.

Если в текущий момент имеется K списков, новый список получает номер K+1.

Для операций head и tail считается, что сперва порождается левая часть, затем правая (см. пример). Также вам гарантируется, что никогда не будут порождаться пустые списки.

### Формат выходных данных

Для каждого нового списка нужно вывести сумму элементов по модулю  $10^9 + 7$ .

stdin	stdout
4	3
1 2 3 4	7
7	10
merge 1 2	3
merge 3 4	7
merge 6 5	5
head 7	2
tail 9	5
merge 2 3	2
merge 1 1	

### Задача 12E. Вперёд! [0.7 sec, 256 mb]

Капрал Дукар любит раздавать приказы своей роте. Самый любимый его приказ — "Вперёд!". Капрал строит солдат в ряд и отдаёт некоторое количество приказов, каждый из них звучит так: "Рядовые с  $l_i$  по  $l_i$  — вперёд!"

Перед тем, как Дукар отдал первый приказ, солдаты были пронумерованы от 1 до n, слева направо. Услышав приказ "Рядовые с  $l_i$  по  $l_j$  — вперёд!", солдаты, стоящие на местах с  $l_i$  по  $l_j$  включительно, продвигаются в начало ряда, в том же порядке, в котором были.

Например, если в какой-то момент солдаты стоят в порядке 1,3,6,2,5,4, то после приказа "Рядовые с 2 по 3 — вперёд!", порядок будет таким: 3,6,1,2,5,4. А если потом Капрал вышлет вперёд солдат с 3 по 4, то порядок будет уже таким: 1,2,3,6,5,4.

Вам дана последовательность из приказов Капрала. Найдите порядок, в котором будут стоять солдаты после исполнения всех приказов.

### Формат входных данных

В первой строке входного файла указаны числа n и m ( $2 \le n \le 100\,000$ ,  $1 \le m \le 100\,000$ ) — число солдат и число приказов. Следующие m строк содержат приказы в виде двух целых чисел:  $l_i$  и  $r_i$  ( $1 \le l_i \le r_i \le n$ ).

### Формат выходных данных

Выведите в выходной файл n целых чисел — порядок, в котором будут стоять солдаты после исполнения всех приказов.

stdin	stdout
6 3	1 4 5 2 3 6
2 4	
3 5	
2 2	

## Дополнительные задачи

### Задача 12F. Вставка ключевых значений [1 sec, 256 mb]

Вас наняла на работу компания MacroHard, чтобы вы разработали новую структуру данных для хранения целых ключевых значений.

Эта структура выглядит как массив A бесконечной длины, ячейки которого нумеруются с единицы. Изначально все ячейки пусты. Единственная операция, которую необходимо поддерживать — это операция Insert(L,K), где L — положение в массиве, а K — некоторое положительное целое ключевое значение. Операция выполняется следующим образом:

- Если ячейка A[L] пуста, то присвоить A[L] := K.
- Иначе выполнить Insert(L+1, A[L]), а затем присвоить A[L] := K.

По заданной последовательности из N целых чисел  $L_1, L_2, \ldots, L_N$  вам необходимо вывести содержимое этого массива после выполнения следующей последовательности операций:

```
Insert(L_1, 1)
Insert(L_2, 2)
...
Insert(L_N, N)
```

### Формат входных данных

В первой строке входного файла содержится N (число операций Insert) и M (максимальный номер позиции, которую можно использовать в операции Insert).  $(1 \le N, M \le 131\,072)$ . В следующей строке даны N целых чисел  $L_i$   $(1 \le L_i \le M)$ .

#### Формат выходных данных

Выведите содержимое массива после выполнения данной последовательности операций Insert. На первой строке выведите W — номер последней несвободной позиции в массиве. Далее выведите W целых чисел —  $A[1], A[2], \ldots, A[W]$ . Для пустых ячеек выводите нули.

stdin	stdout
5 4	6
3 3 4 1 3	4 0 5 2 3 1

### Задача 12G. Эх, дороги... [0.5 sec, 256 mb]

В многострадальном Тридесятом государстве опять готовится дорожная реформа. Впрочем, надо признать, дороги в этом государстве находятся в довольно плачевном состоянии. Так что реформа не повредит. Одна проблема — дорожникам не развернуться, поскольку в стране действует жесткий закон — из каждого города должно вести не более двух дорог. Все дороги в государстве двусторонние, то есть по ним разрешено движение в обоих направлениях (разумеется, разметка отсутствует). В результате реформы некоторые дороги будут строиться, а некоторые другие закрываться на бессрочный ремонт.

Петя работает диспетчером в службе грузоперевозок на дальние расстояния. В связи с предстоящими реформами, ему необходимо оперативно определять оптимальные маршруты между городами в условиях постоянно меняющейся дорожной ситуации. В силу большого количества пробок и сотрудников дорожной полиции в городах, критерием оптимальности маршрута считается количество промежуточных городов, которые необходимо проехать.

Помогите Пете по заданной последовательности сообщений об изменении структуры дорог и запросам об оптимальном способе проезда из одного города в другой, оперативно отвечать на запросы.

### Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы числа n — количество городов, m — количество дорог в начале реформы и q — количество сообщений об изменении дорожной структуры и запросов ( $1 \le n \le 100\,000,\ 0 \le m \le 100\,000,\ 0 \le q \le 200\,000$ ). Следующие m строк содержат по два целых числа каждая — пары городов, соединенных дорогами перед реформой. Следующие q строк содержат по три элемента, разделенных пробелами. «+ i j» означает строительство дороги от города i до города j, «- i j» означает закрытие дороги от города i до города j, «? i j» означает запрос об оптимальном пути между городами i и j.

Гарантируется, что в начале и после каждого изменения никакие два города не соединены более чем одной дорогой, и из каждого города выходит не более двух дорог. Никакой город не соединяется дорогой сам с собой.

#### Формат выходных данных

На каждый запрос вида «? i j» выведите одно число — минимальное количество промежуточных городов на маршруте из города i в город j. Если проехать из i в j невозможно, выведите -1.

stdin	stdout
5 4 6	0
1 2	-1
2 3	1
1 3	2
4 5	
? 1 2	
? 1 5	
- 2 3	
? 2 3	
+ 2 4	
? 1 5	