

Вопросы к экзамену по алгоритмам

SPb HSE, 1 курс, осень, 2019/20 учебный год

Общая информация

- Кроме конспектов полезно смотреть **разборы** задач из практик и дз.
- Курсивом помечено то, что было разобрано на практике.
- (a) Необходимое знание на оценку 4-6.
- (b) Необходимое знание на оценку 7-9 (на 6 можно знать лишь формулировки).
- (+) На оценку 10 (на 9 можно ничего из этого не знать).

Кучи

- (a) 1. Кучи. Биномиальная куча.
- (a) 2. Куча Фибоначчи. Add и Merge за $O(1)$. Алгоритм для DecreaseKey.
- (b) 3. Куча Фибоначчи. Доказательство времени работы.

Динамическое программирование

- (a) 4. ДП. Вперёд, назад, лениво. Восстановление ответа. Задача о «калькуляторе». Ациклический граф состояний. Формулировка задачи в терминах графа. Формулировка терминов «вперёд», «назад», «ленивая» через граф состояний.
- (a) 5. ДП. Задача про путь на матрице с дырками. Min путь, max путь, количество путей.
- (a) 6. ДП. Задача о рюкзаке. Без стоимостей за $O(nW)$ времени, $O(W)$ памяти, с восстановлением ответа. Применение битсетов. *Рюкзак со стоимостями и его решение*. Проблемы с восстановлением ответа.
- (a) 7. Задача НОП. Восстановление ответа без ссылок назад. Оптимизация памяти если нет восстановления ответа.
- (b) 8. Оптимизация памяти для НОП через битсет.
- (b) 9. Хиршберг. Восстановление ответа в НОП за $O(n^2)$ времени и $O(n)$ памяти. *Хиршберг для рюкзака*.
- (b) 10. ДП. *Трёхсторонний путь по матрице мин веса* (“министерство”). Оптимизация памяти до $O(n\sqrt{m})$
- (a) 11. ДП. *Задача LCP, задача расстояние Левенштейна*.
- (a) 12. Задача НВП. Решение за $O(n^2)$, решение за $O(n \log)$.
- (b) 13. Измельчение перехода. Задача про погрузку кораблей за $O(n^4)$, $O(n^3)$, $O(n^2)$.
- (a) 14. Оптимизация ДП через возведение матрицы в степень. *Линейные рекурренты*. Количество путей длины k в графе.
- (a) 15. Задача про почтовые отделения, решение за $O(n^2k)$.
- (a) 16. Оптимизация Кнута и оптимизация методом “разделяй и властвуй”. Почтовые отделения.
- (a) 17. DP. Подотрезки. Расстановка скобок в выражении, *умножение матриц*. Восстановление ответа.
- (a) 18. DP. Поддеревья. Максимальное по весу паросочетание в дереве.

Комбинаторика и подмножества

- (a) 19. Комбинаторика. Следующий, предыдущий объект. Перестановки и скобочные последовательности.
- (a) 20. Комбинаторика. Объект по номеру и номер по объекту. Перестановки и скобочные последовательности.
- (a) 21. *Подсчёт числа разбиений на слагаемые. Упорядоченные, неупорядоченные*.
- (a) 22. Операции с множествами как с n -битными числами. Количество бит в числе за $O(2^n)$, сумма на подмножестве за $O(2^n)$.

- (a) 23. Гамильтонов путь и цикл за $\mathcal{O}(2^n n)$.
- (a) 24. Переборы подмножеств и надмножеств. Раскраска вершин графа в минимальное число цветов за $\mathcal{O}(3^n + 2^n)$. Проверка независимости всех множеств за $\mathcal{O}(2^n)$.
- (b) 25. Раскраска вершин графа в минимальное число цветов за $\mathcal{O}(2.44^n)$.
- (a) 26. Set Cover.
- (b) 27. Meet-In-The-Middle. Рюкзак. Два способа для клик.
- (b) 28. Динамика по скошенному профилю. Замоещение доминошками.

Графы

- (a) 29. Способы хранения графа. Матрица смежности, список смежности, мультисписок.
- (a) 30. Определения: граф, орграф, путь, цикл, простой путь/цикл, ациклический граф, дерево, степень вершины, компоненты связности и сильной связности.
- (a) 31. Dfs. Простая версия, поиск компонент связности, поиск пути в графе, проверка на двудольность.
- (a) 32. Dfs и остовное дерево. Четыре типа рёбер. Отсутствие перекрёстных рёбер в неографе.
- (a) 33. dfs. Поиск цикла. Алгоритм для неорграфа с пометками, общий алгоритм с цветами вершин. Доказательства корректности.
- (a) 34. Топологическая сортировка. Два алгоритма построения.
- (a) 35. dfs. Компоненты сильной связности. Алгоритм за $\mathcal{O}(VE)$.

Дополнительно

- (+) 36. Доказательство неравенств на $p[n][k]$ для почтовых отделений.
- (+) 37. Формула включений-исключений. Путь по матрице без ям. Число чисел взаимнопростых с a_1, a_2, \dots, a_k . Покраска графа в k цветов за $\mathcal{O}(2^n)$. Мёбиус. Число наборов чисел с фиксированным НОК.
- (+) 38. Динамика по сложным состояниям. Юнг. Изоморфизм деревьев. Жуткий профиль.
- (+) 39. Convex Hull Trick. Лямбда оптимизация.

Правила сдачи

■ Прийти

Вы записываетесь в [google-doc\[TODO\]](#), получаете время сдачи, когда вам нужно прийти и сдать. В нужный момент вы приходите и говорите “я готов сдавать!”. Если вы опоздали более чем на 5 минут, попадаете в живую очередь таких же опоздавших, у вас самый низкий приоритет, но, как только кто-то из принимающих освободится, вас тоже примут.

■ Подготовиться

Вы пришли. Вы получаете билет из двух вопросов: один (a), один (b).

Если вы хотите оценку 10, нужно сразу сказать, вам дадут третий вопрос уровня (+).

Вы садитесь 40 минут готовиться. В процессе подготовки нельзя пользоваться никакими бумажными, печатными, электронными источниками. За время подготовки вам нужно записать ответы на оба вопроса. Лучше накидать оба ответа в общих словах, чем один сверх подробно, по другому по нулям.

■ Ответить билет

Отвечать вы будете 30 минут.

Оба билета, вопросы по ним. Затем вам зададут дополнительные вопросы (≥ 3) по всему курсу.

Отвечать на допвопросы нужно будет с ходу.

Задач не будет, только теория.

1. В любых спорных ситуациях подходим к лектору.
2. Лучше рассказать хоть что-то, чем ничего не сказать.
3. Вы готовились к экзамену! Вы должны помнить, что вы должны знать, что к какому билету относится.
4. Если вас спрашивают что-то не из билета, не из программы, не стесняйтесь говорить об этом.
5. Принимающий может в любой момент задать не сложный допвопрос из серии “что такое дек?” или “чем MergeSort лучше QuickSort?”.
6. Заменять билет нельзя.

■ Ваша оценка

У принимающего за время вашего ответа магическим образом в голове образуются четыре вещественных числа от 0 до 1 – уровень ваших знаний по 1-му вопросу (a), знание формулировок по 2-му (b)₁, знание сложной части 2-го вопроса (b)₂, ответы на допвопросы (c). Какие из этих чисел сообщать вам, а какие нет, решает принимающий. Вывод о ваших знаниях принимающий может описать вам не числом, а лишь на словах “тут вы почти ничего не знаете”, “этот билет вы ответили идеально”. Далее идёт табличка примерных границ для оценок. В пограничных ситуациях решить помогают допвопросы.

- | | |
|--|---------------------|
| a) $(a) + (b)_1 < 1 \Rightarrow 3$. Ваши знания не удовлетворительны. | |
| b) $(a) + (b)_1 \geq 1 \Rightarrow 4$ | (удовлетворительно) |
| c) $(a) + (b)_1 \geq 1.25 \Rightarrow 5$ | (удовлетворительно) |
| d) $(a) + (b)_1 \geq 1.5 \wedge (c) \geq 0.6 \Rightarrow 6$ | (хорошо) |
| e) $(a) + (b)_2 + (c) \geq 2 \Rightarrow 7$ | (хорошо) |
| f) $(a) + (b)_2 + (c) \geq 2.4 \Rightarrow 8$ | (отлично) |
| g) $(a) + (b)_2 + (c) \geq 2.7 \Rightarrow 9$ | (отлично) |
| h) Оценка 10 получается из уверенной 9 и ответа на (+) | (отлично) |

Итоговая оценка получается через среднее арифметическое оценок за экзамен и за практику.