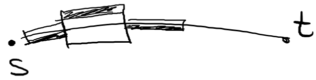
Потоки

① В FF

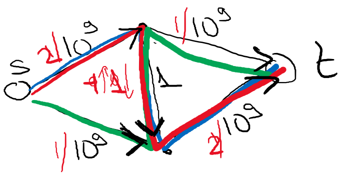
$p = e_1, \dots, e_k$

Пускаем $\min\limits_{i=1..k}\left(c(e_i) - f(e_i)\right)$

Текущий поток



②



$|f_{max}| = 2\cdot 10^9$

Time $\sim 2\cdot 10^9$

③ $\begin{cases} \text{Заменим в FF dfs на bfs (кр. доп. путь по \# ребер } s \to t) \\ \text{Польз. замеч. 1} \end{cases}$

алг. Эдмондса-Карпа $O(VE^2)$, в том числе для нецелых c_e.
(без док.-ва)

③' dfs → bfs+dfs → алгоритм Диница $O(V^2E)$

④ Масштабирование ($c_e \in \mathbb{Z}$) $|c_e| \le U \le 2^k \; \forall e$

Scaling

```
for (x = 2^k; x >= 1; x /= 2)
    while(dfs(s, x)):
        пускаем поток
```

```
dfs(v, min_push):
    if v == t:
        return min_push
    used[v] = True
    for e = (vu) ∈ E
        if c(e) >= f(e) + min_push
            y = dfs(u, min_push)
            ⋮
```

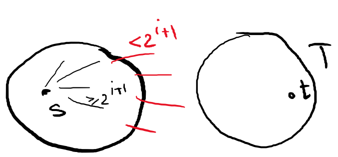
```
if c(e) > f(e):
    y = dfs(u)
    if y > 0:
        f(e) += y
        f(e') -= y
        return y
```

Утв. На $\forall$ фазе найдём $\le 2E$ доп. путей.

Следствие Time $= O(\log U \cdot 2E \cdot E) = O(E^2 \log U)$

Д-во утв. По инд. по номеру фазы.

min_push $= x = 2^i$. Нет доп. пути, в кот. все ребра $\geq 2^{i+1}$.



$S = \{v \mid s \to v \ \exists \text{ путь, в кот. все ребра} \geq 2^{i+1}\}$

$C(S,T) < 2^{i+1}\cdot E \Rightarrow \underbrace{|f_{max}|}_{\text{оставшийся поток}} < 2^{i+1}\cdot E$

Каждый доп. путь на текущей фазе добавляет $\geq$ min_push $= x = 2^i$ к потоку

$\Rightarrow \underset{\text{на тек. фазе}}{\#\text{ доп. путей}} \le \dfrac{|f_{max}|}{\text{min\_push}} < \dfrac{2^{i+1}\cdot E}{2^i} = 2E$