

апроекции 2

2-теор. граф

- Matching
- Vertex Cover
- Independent Set (антиклика)
- Clique (клика)

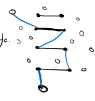
Связанное н/с: покрывай все верш. Гр
 двус. графы: покр. Минимальная

1) min VC max Clique - NP-hard для произв. графов
 max IS

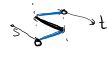
- 1) $S - VC \Leftrightarrow V \setminus S - IS$
- 2) $S - IS \Leftrightarrow S - \text{клика в } \bar{G}$



2) Чередуясь между н/с - ребра эдг.: $\in M, \notin M, \in M, \dots$
 Дот. через н/с - ЧП, первая и посл. верш. не покрыты н/с.



Лм. $|M| = \max \Leftrightarrow \exists \text{ ДЧП}$
 Рем. Двус. граф: частый случ. теор. ффр.
 Биекция между ДЧП и ДП в ффр.



Д-во. $\exists \text{ ДЧП} \Rightarrow |M| \neq \max$, можно увелич.

$|M^*| = \max$
 $S = M^* \oplus M \quad \forall v \deg_{G_S}(v) \leq 2$
 $G_S = (V, S)$

Все конд. = циклы, пути

M: -
 M*: -

циклы: все четн. длины

(напр. 2):
 сбишь 2 верш.
 одного н/с. (!:))

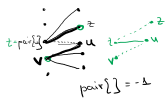


пути: н/с $P_i \rightarrow a_i = |M^* \cap P_i| - |M \cap P_i|$

$|M^*| - |M| = \sum a_i > 0 \Rightarrow \exists a_i > 0$ это и есть ДЧП для M
 $\exists |M| < |M^*|$



Двухцветный граф $|DЧП|/2 \Rightarrow$ каковы зав. в разных частях



$M = \emptyset$

while $\exists \text{ ДЧП}$
 инверт. ребра найди

$O(\max |M| \cdot E)$

dfs(v): // v - верш. левой доли
 used[v] = 1
 for (u) in E:
 if pair[u] = -1 or (not used[pair[u]] and dfs(pair[u])):
 pair[u] = v
 return True
 return False

1) while True: $O(|M| \cdot E)$

used = {0} * |V|; ok = 0
 for v in V:
 if !covered[v] and dfs(v):
 ok = 1
 break
 if !ok:
 break

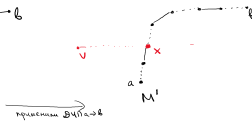
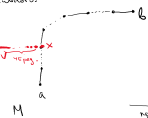
2) Алгоритм Куна: $O(VE)$

for v in V:
 (a) dfs(v)
 used = {0} * |V|

УТВ. Если u и v не нашлись ДЧП в (a), то уже не будет \exists .

Д-во от противного.

x - первая
 вершина
 в ДЧП u, v,
 кот. в a -> b



- 1) $v \rightarrow x \rightarrow a$
- 2) $v \rightarrow x \rightarrow b$ - ДЧП для M (?)
 у верш. v

Рем. всегда вст. (2)

3) Оптимизация алг. Куна.

1) Шагн. иниц.
 $\forall v \in V$ найдем св. соседа, если есть.

УТВ. Шагн. иниц. найдёт $\approx \frac{1}{2} |M|$

2) used = {0} * |V| $O(|M| \cdot E)$
 for v in V:
 if dfs(v):
 used = {0} * |V|



Корр: граф не поменялся, сам не нашли ДЧП
 неогр., неогр., ..., неогр., усн., неогр., ...

$O(E) \quad O(E) \quad = O(|M| \cdot E)$

3) while True:

used = {0} * |V|
 for v in V:
 if !covered[v] and dfs(v):

Рем. На первой итер. найдёт $\approx \frac{1}{2} |M|$
 (шагн. иниц. не ну жна)

$O(|M| \cdot E)$, работает Дикстро
 $V, E \sim 10^5 \rightarrow$ 5 сек

• Хопкрофт-Карп: алг. Дикстра на двус. графе с $c \leq 2$
 $O(\sqrt{VE})$

while bfs
 dfs от Куна

• used = {0} * |V| за $O(1)$
 used <- те же. время TIME
 ++ TIME.