

# Вопросы к экзамену по алгоритмам

## СПб ВШЭ, 2 курс, осень 2020, второй модуль

Собрано 18 декабря 2020 г. в 20:51

*Курсивом* помечено то, что было разобрано на практике. Кроме конспектов полезно смотреть **разборы** задач из практик и домашних заданий (иногда там написано иначе/понятнее/подробнее).

### Потоки

1. Потоки. Определения: поток, разрез, величина потока, величина разреза, остаточная сеть, циркуляция, прямые и обратные рёбра, декомпозиция потока. Леммы, позволяющие работать с потоками.
2. Теорема Форда—Фалкерсона (вместе с необходимыми леммами). Алгоритм Форда—Фалкерсона.
3. Поиск минимального разреза по максимальному потоку. *Декомпозиция потока за  $\mathcal{O}(E^2)$ ,  $\mathcal{O}(VE)$ .*
4.  *$k$  рёберно и вершинно непересекающихся путей в орграфе и неорграфе. Теоремы Менгера (Уитни): рёберная и вершинная.*
5. *Поиск паросочетания, связь контролирующего множества с разрезом.*
6. Алгоритм Эдмондса—Карпа. Существование максимального потока.
7. Алгоритм масштабирования потока.
8. Алгоритм Диница и его спаривание с масштабированием.
9. Две теоремы Карзанова. Алгоритм Хопкрофта—Карпа (без эффективной реализации).
10.  *$[L, R]$ -циркуляция,  $[L, R]$ -flow,  $[L, R]$ -max-flow.*
11. *Глобальный разрез: алгоритм Штор—Вагнера.*
12. *Алгоритм Диница с link-cut.*
13. Глобальный разрез: алгоритм Каргера—Штейна.
- (+) 14. Проталкивание предпотока.
15. Mincost  $k$ -flow, mincost max flow, mincost circulation. Формулировки задач. Критерий оптимальности mincost  $k$ -flow.
16. Алгоритмы построения mincost  $k$ -flow и mincost flow через дополняющие пути в графе без отрицательных циклов.
17. Mincost  $k$ -flow. Алгоритм Дейкстры с потенциалами.
18. Графы с отрицательными циклами. Алгоритм Клейна. Minimum cost cycle cancelling (без доказательства времени работы).
19. Capacity scaling. Псевдополиномиальный алгоритм для mincost  $k$ -flow.

### Паросочетания

20. Определения и сложность задач в двудольном и произвольном графе: паросочетание, вершинное покрытие, независимое множество, совершенное паросочетание.
21. Лемма о дополняющем пути для паросочетания.
22. Алгоритмы поиска паросочетания: обычный, Куна.
23. Оптимизации алгоритма Куна:  
не чистить пометки, вообще не чистить пометки, жадная инициализация, быстрое обнуление.
24. *Теорема Кёнига, поиск вершинного покрытия за  $\mathcal{O}(V + E)$ .*
25. *Разбиение вершин орграфа на циклы. Разбиение вершин ациклического орграфа на минимальное число путей.*
26. *Теорема Дилворта (Диллурса), поиск максимальной антицепи.*
27. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм.

28. Классификация рёбер двудольного графа по принадлежности паросочетанию.
29. Stable Matching (Marriage Problem). Алгоритм за  $\mathcal{O}(E)$ .
30. Паросочетания в произвольном графе: матрица Татта (без доказательства), применение Куна для поиска паросочетания в произвольном графе.

## Игры на графах

31. Игры на графах. Ациклический граф. Граф с циклами. Ретроанализ. Длина игры.
32. Игры. Функция Гранди. Прямая сумма игр. Подсчет через mex.
33. Игры. Сумма игр через XOR. *Задачи на Гранди: задача про скамейки, hackenbush. Максимальное значение функции Гранди.*

## Хеширование

34. Универсальное семейство хеш-функций. Применение: хеш-таблица на списках. Композиция полиномиального и универсального хеширования.
35. Универсальное семейство хеш-функций: пример семейства (с доказательством).
36. Фильтр Блюма.
- (+) 37. Совершенное (идеальное) хеширование: двухуровневая схема, схема на основе ациклического графа. Хеширование кукушки.

## Бонусы

- (+) 38. Суффиксный массив за  $\mathcal{O}(n)$ .
- (+) 39. Число простых до  $n$ .

## Как попасть

Вы записываетесь в google-таблицу (она появится позже), получаете время сдачи. В нужный момент вы заходите по ссылке. Вы получаете *несколько* вопросов из списка и **7 минут готовитесь**. Таким образом, время на подготовку — это время на то, чтобы вспомнить, о чём выданные вопросы и, возможно, подготовку глобального плана рассказа.

## Чем можно пользоваться

**На экзамен можно подготовить один лист формата А4 с вашими рукописными записями на одной стороне.** Этим листом можно пользоваться после получения вопросов во время подготовки, но нельзя во время ответа.

Другими словами: нельзя несколько листов, нельзя лист формата, отличного от А4, одна из сторон должна быть пустой, записи должны быть сделаны от руки (в том числе нельзя распечатать отсканированные рукописные записи).

На экзамене нельзя пользоваться любыми другими внешними источниками: другими людьми, компьютером, телефоном, литературой, конспектами, книгами, ...

## Рассказ вопросов

Вы рассказываете материал по вопросам, которые вам выдали. У вас будет до 40 минут на ответ. Могут быть дополнительные вопросы по близким темам или по всему курсу.

После этого экзаменатор выставляет вам оценку по итогам вашего общения.

## Особенности online-проведения

В течение вашей подготовки и ответа может потребоваться включённая камера (на которой видно вас) и демонстрация экрана (не отдельного окна, но всего экрана).

Как показывать экзаменатору то, что вы пишете: можно продемонстрировать графический и/или текстовый редактор на своём компьютере (это, в том числе, может зависеть от характера вопроса — в некоторых удобнее рисовать, в некоторых писать); можно закрепить телефон так, чтобы то, что вы пишете на бумаге, было видно экзаменатору (при этом вас всё равно должно быть видно с основной камеры).

*Пожалуйста, подумайте заранее об том, как вам лучше организовать эти два пункта.* Постарайтесь сделать так, чтобы скорость вашего рассказа была не сильно ниже по сравнению с тем, как если бы вы отвечали очно. (Например, если вы пишете текст мышкой в графическом редакторе, это часто оказывается сильно медленнее.)