

Многочлены

1. Умножение, деление, GCD над \mathbb{F}_2 .
2. Деление через разделяй и властвуй. Утверждение про то, что старшие члены зависят только от старших членов исходных многочленов.
3. Ряды. Операции с ними: сумма, умножение, обратный ряд.
4. Деление многочленов через ряды.
5. Вычисление рекурренты, решение через многочлены.
6. Multipoint Evaluation, интерполяция.
7. Быстрое преобразование фурье. Реализация снизу.
8. Обратное преобразование фурье, сведение к прямому.
9. Фурье с целыми числами.

Линейное программирование

10. Стандартная и каноничная форма для задачи линейного программирования, форма с переменными без ограничения на знак. Эквивалентности.
11. Элиминация Фурье-Моткина. Следствие про то, что оптимальное решение достигается.
12. Понятие полиэдра, политопа, вершины. Утверждение про сдвиг в вершину.
13. Алгебраический критерий вершины, дополнение до базисного допустимого решения.
14. Симплекс-метод, приведение матрицы в нужную форму, поиск начального решения.
15. LP vs ILP: приближенные алгоритмы, пример с Vertex-Cover.
16. Целые полиэдры, тотальная унимодулярность, доказательство $TU \implies$ полиэдр целый.
17. Достаточное условие TU , доказательство целостности полиэдра двудольных паросочетаний.
18. Доказательство того, что k -регулярный граф имеет совершенное паросочетание.
19. Политоп произвольной комбинаторной задачи (три утверждения: выпуклая оболочка политоп, каждый индикатор является вершиной, других вершин нет)
20. Лемма Фаркаша.
21. Теорема о слабой двойственности, следствие из неё.
22. Теорема о сильной двойственности.
23. Универсальный метод построения двойственных программ.
24. Доказательство теоремы Кёнига через линейное программирование.
25. Двойственная нежёсткость (complementary slackness) (было рассказано в лекции про паросочетания).

Суффиксный автомат

26. Понятие правого контекста. Утверждение, что вложены или непересекаются. Если вложены, то одно суффикс другого.
27. Описание вершины суффиксного автомата (непрерывный диапазон суффиксов), понятие суфссылки.
28. Терминальные вершины.
29. Лемма о связи $SA(s)$ и $SA(sc)$. Утверждение, что сплитится не более, чем одна вершина.
30. Алгоритм построения.
31. Линейность автомата: оценка на число вершин, на число рёбер.
32. Оценка суммарного времени на переходы по суфссылкам в алгоритме.

Паросочетания

33. Утверждение, что паросочетание максимально iff нет удлиняющих цепочек.
34. Чередующийся лес, классификация вершин. Шаг наращивания. Алгоритм за время $\mathcal{O}(V^3)$.
35. Теорема Эдмондса, доказательство.
36. Идея из алгоритма Куна (без док-ва улучшенной версии Эдмондса), реализация Габова.
37. Формула Татта-Бержа, доказательство.
38. Скetch алгоритма во взвешенном случае.

Матроиды

39. Определение матроида и других основных понятий: цикл, база, ранг. Утверждение, что все базы одного размера.
40. Аксиоматизация базами и эквивалентность обычной.
41. Примеры матроидов: графический, универсальный, матричный, трансверсальный.
42. Алгоритм Радо-Эдмондса, лемма про базу на каждом префиксе.
43. Остаток доказательства Радо-Эдмондса.
44. Постановка задачи пересечения. Определение графа замен. Минимаксная лемма про ранги
($\max_{J \in I_1 \cap I_2} |J| \leq \min_U rk_1(U) + rk_2(\bar{U})$).
45. Лемма: если в алгоритме пересечения нет пути, то нашли максимальное пересечение.
46. Доказательство, что по кратчайшему пути можно расширяться (по модулю утверждения про базу).
47. Оставшаяся часть доказательства.