

## 7 Поиск в глубину

### 7.1 Практика

1. **Просто ориентируй**

Ориентировать неорграф так, чтобы он стал ациклическим за  $\mathcal{O}(V + E)$ .

2. (!) **Другой алгоритм поиска топологической сортировки**

Дан ориентированный ациклический граф, проверить единственность топологической сортировки за  $\mathcal{O}(V + E)$ .

3. (!) **dfs всемогущий**

Даны два множества вершин:  $A$  и  $B$ , за  $\mathcal{O}(V + E)$  проверить, есть ли путь из какой-нибудь вершины  $a \in A$  в какую-нибудь вершину  $b \in B$ .

4. (!) **Чётность циклов**

За  $\mathcal{O}(V + E)$  найти в неорграфе какой-нибудь цикл нечётной длины.

5. **В поисках простого цикла**

- а) Найти цикл в орграфе через данное ребро за  $\mathcal{O}(E)$ .
- б) Найти цикл в орграфе через данную вершину за  $\mathcal{O}(E)$
- в) Найти в неорграфе какой-нибудь цикл за  $\mathcal{O}(V)$ .

6. (!) **Ценность времени**

Дано подвешенное дерево, нужно с линейным предподсчётом научиться отвечать на запрос «правда ли вершина  $u$  лежит в поддереве вершины  $v$ » online за  $\mathcal{O}(1)$ .

7. (!) **Точки сочленения.**

Дан связный неорграф, нужно найти в нем за  $\mathcal{O}(V + E)$  все точки сочленения.

8. (\*) **Берегите деревья**

Ориентировать неорграф так, чтобы он стал сильно связным за  $\mathcal{O}(V + E)$ .

9. **Разве это не NP-трудно?**

Дан DAG, найти в нем гамильтонов путь за  $\mathcal{O}(V + E)$ .

10. **dfs и веса**

В стране  $n$  аэропортов. Самолёт может сделать перелёт из аэропорта  $i$  в аэропорт  $j$ , израсходовав  $w_{ij} > 0$  горючего. При этом  $w_{ij}$  может отличаться от  $w_{ji}$ , и  $w_{ii} = 0$ . Найдите минимальный размер бака, позволяющий добраться самолёту из любого города в любой, возможно с дозаправками.

11. **3-связность**

Проверить граф на рёберную 3-связность за  $\mathcal{O}(VE)$ .

12. (\*) **Нельзя не пройти**

Найти в орграфе все вершины, через которые проходит любой путь  $a \rightsquigarrow b$ .  $\mathcal{O}(V + E)$ .